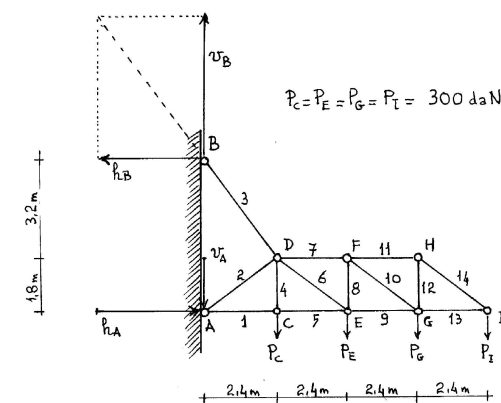


Diagramme de Crémone d'une structure plane triangulée

Lorsque les charges et les réactions d'appui s'exercent uniquement sur les nœuds d'une structure plane triangulée (et isostatique), les barres de cette structure ne peuvent subir qu'un effort normal. Elles travaillent uniquement « dans leur axe », c'est à dire en compression ou en traction. A l'équilibre, **chaque nœud de la structure est soumis à des forces dont la résultante est nulle**. Certaines forces sont connues complètement (charges, réactions déjà calculées, efforts dans les barres déjà étudiées), d'autres seulement par leur direction (efforts dans les barres pas encore étudiées). L'analyse graphique de Cremona consiste à **déterminer tous les efforts par le tracé des polygones de forces traduisant l'équilibre de chaque nœud**. Ces polygones sont donc nécessairement fermés et doivent être tracés dans un ordre approprié.

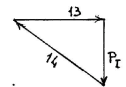
Avant de commencer le tracé, on représente à une échelle précise le schéma de la structure, ainsi que les forces extérieures connues appliquées aux nœuds et aux appuis. On prépare aussi un tableau pour noter les résultats.

1. Il est le plus souvent nécessaire (voir le point 18) de calculer les réactions d'appui par l'analyse (algébrique ou graphique) de l'équilibre d'ensemble de la structure. On les représentera ensuite sur le schéma.
2. **Nommer les nœuds : A, B, C, ... et numéroté les barres : 1, 2, 3, 4, ...**
3. Pour obtenir un diagramme d'ensemble cohérent, **il faut conduire l'analyse en conservant toujours le même sens de « rotation » autour des nœuds pour l'ordre de prise en compte des forces agissant sur ce nœud**. Choisir ce sens au départ une fois pour toutes en sachant que cela n'influe pas sur les résultats, mais que la position générale du diagramme par rapport au point de démarrage en dépend.
4. **Choisir une échelle de représentation des forces** assez grande pour donner une lecture précise de l'intensité des forces mais sans pour autant sortir des limites de la feuille (pour mieux gérer la mise en page, une esquisse rapide au brouillon pourra éventuellement être utile)
5. **Commencer l'analyse par un nœud où n'arrivent que deux barres** et tracer le polygone des forces agissant sur ce nœud en commençant par les forces connues (charges et/ou réactions) et en terminant par les deux barres dont l'effort est à déterminer tout en respectant le sens de rotation choisi en 3.

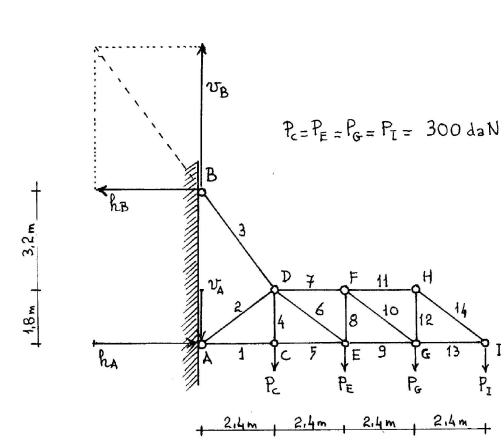


nœud	
I	$P_I, 14, 13,$

sens da N		
v_A		
h_A		
v_B		
h_B		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	↔	400
14	↔	500

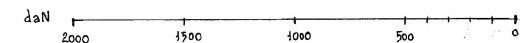
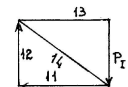


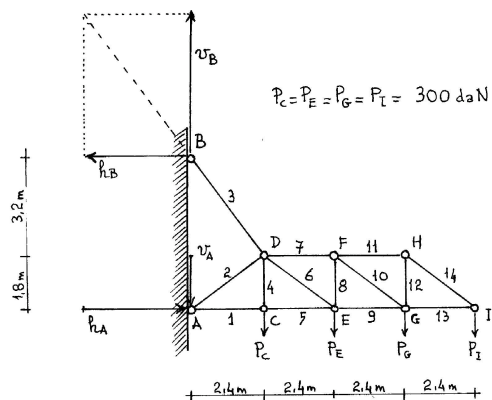
6. Tracer de façon précise en respectant le parallélisme des lignes du diagramme avec les barres ou forces du schéma de la structure. Noter le numéro des barres ou le nom des forces correspondant aux lignes tracées.
7. Si on est rigoureux sur l'ordre d'examen des forces, il n'y a qu'une seule manière de boucler le polygone des forces. On détermine ainsi le sens des forces et leur intensité (à lire sur le graphe en fonction de l'échelle).
8. Une barre dont l'effort agit en repoussant le nœud est comprimée, une barre dont l'effort agit en attirant le nœud est tendue.
9. Noter les résultats dans un tableau et sur le schéma de la structure.
10. Repérer autour du nœud étudié le nœud qui maintenant n'a plus que deux barres dont l'effort est encore à déterminer et **noter dans quel ordre** doivent être examinées les forces qui agissent sur ce nœud (de façon à **respecter le sens de rotation** et à **finir par les deux barres « inconnues »**).
11. Tracer le polygone selon cet ordre. En principe, **on doit trouver les efforts dans les barres déjà étudiées déjà à leur place sur le diagramme, à condition d'inverser le sens de parcours** (ce qui correspond au fait qu'un même effort dans une barre correspond à deux forces opposées à chacune des extrémités de la barre). **Boucler le polygone comme en 8 – 9.**
12. Comme en 10 – 11, **noter le sens des efforts et leur intensité dans le tableau** et sur le schéma.
13. Comme au 12, **repérer le prochain nœud** à étudier et réitérer l'opération.
14. Continuer jusqu'à ce que l'analyse soit complète. En principe, à ce stade :
 - **chacune des forces extérieures** agissant sur la structure (charge ou réaction d'appui) aura été **tracée une fois** dans le diagramme et leur ensemble formera un polygone fermé (équilibre général de la structure)
 - **chaque effort dans une barre** aura été **parcouru deux fois**, dans des sens opposés correspondant aux forces opposées que la barre exerce sur les nœuds à ses deux extrémités.
 - Chaque polygone du diagramme correspond à un nœud de la structure et chaque nœud du diagramme correspond à un polygone de la structure
 - Une symétrie d'axe vertical de la structure et des charges se traduit par une symétrie d'axe horizontal du diagramme (voir exemples en page 6).



nœud	
I	$P_I, 14, 13,$
H	$14, 11, 12$

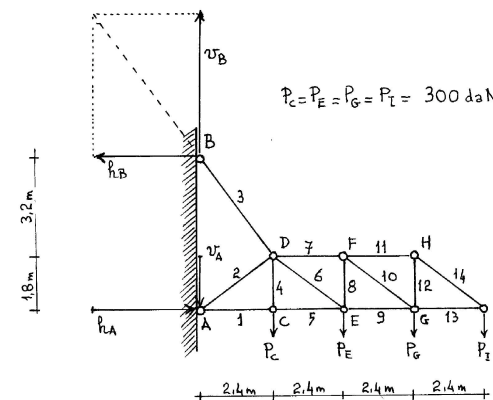
	sens	da N
v_A		
h_A		
v_B		
h_B		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11	↔	400
12	↔	300
13	↔	400
14	↔	500





need

I	$P_I, 14, 13,$
H	$14, 11, 12$
G	$P_G, 13, 12, 10, 9$

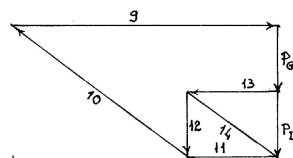


need

I	$P_I, 14, 13,$
H	$14, 11, 12$
G	$P_G, 13, 12, 10, 9$
F	$10, 11, 7, 8$

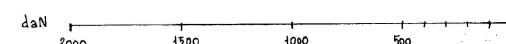
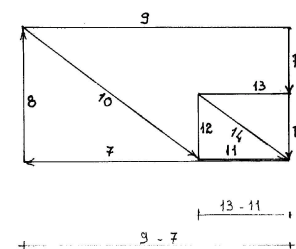
sens da N

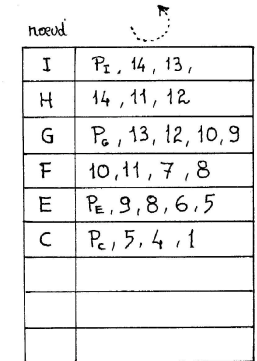
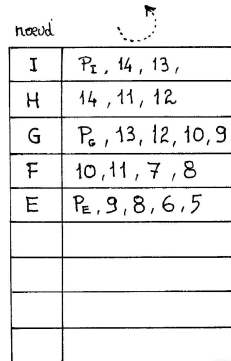
v_A		
h_A		
v_B		
h_B		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9	↔	1200
10	↔	1000
11	↔	400
12	↔	300
13	↔	400
14	↔	500



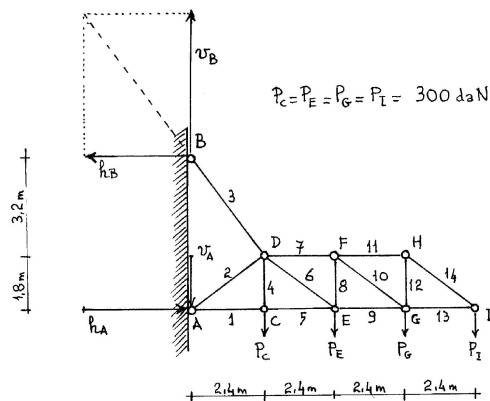
sens da N

v_A		
h_A		
v_B		
h_B		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7	↔	1200
8	↔	600
9	↔	1200
10	↔	1000
11	↔	400
12	↔	300
13	↔	400
14	↔	500



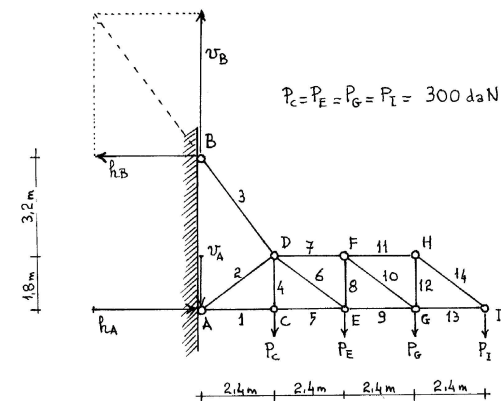


The diagram shows a stepped cantilever beam with a total length of 5m and a total height of 3m. The beam consists of a 2m high section (8m long) and a 1m high section (3m long). A triangular load starts at 0 at the free end and increases to 12 kN/m at the fixed end. The load is divided into a rectangular part of 8 kN/m and a triangular part increasing from 0 to 4 kN/m. The diagram shows the load intensity (p), shear force (V), and bending moment (M) distributions. The shear force is zero at the free end and increases linearly to 12 kN at the fixed end. The bending moment is zero at the free end and increases to 13 kNm at the fixed end. The diagram also shows the equivalent point load of 12 kN acting at a distance of 1.3m from the fixed end.



neud

I	$P_I, 14, 13,$
H	$14, 11, 12$
G	$P_G, 13, 12, 10, 9$
F	$10, 11, 7, 8$
E	$P_E, 9, 8, 6, 5$
C	$P_C, 5, 4, 1$
D	$4, 6, 7, 3, 2$

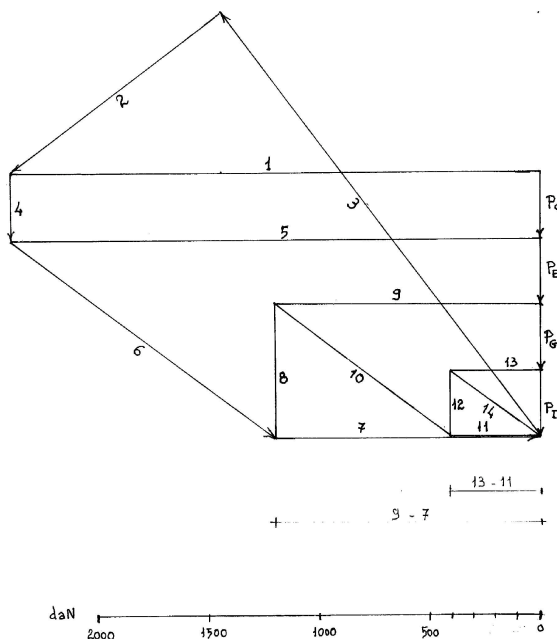


neud

I	$P_I, 14, 13,$
H	$14, 11, 12$
G	$P_G, 13, 12, 10, 9$
F	$10, 11, 7, 8$
E	$P_E, 9, 8, 6, 5$
C	$P_C, 5, 4, 1$
D	$4, 6, 7, 3, 2$
B	$3, v_B, h_B$
A	$1, 2, v_A, h_A$

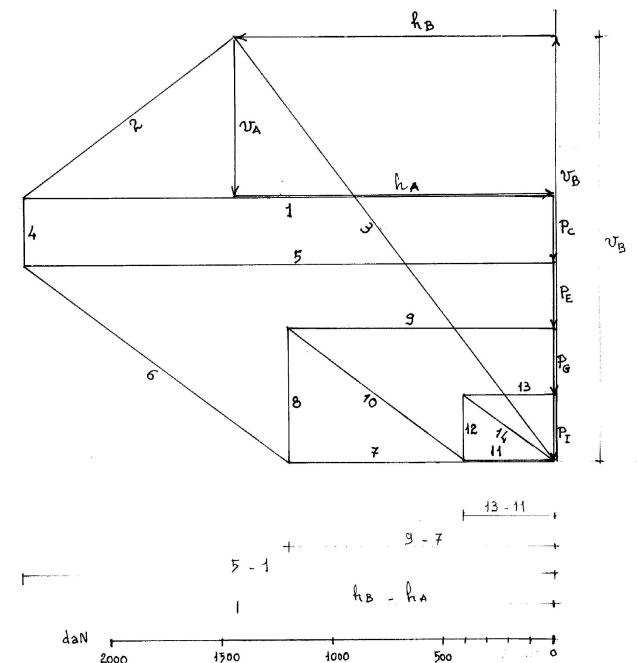
sens daN

v_A		
h_A		
v_B		
h_B		
1	↔	2400
2	↔	1200
3	↔	2400
4	↔	300
5	↔	2400
6	↔	1500
7	↔	1200
8	↔	600
9	↔	1200
10	↔	1000
11	↔	400
12	↔	300
13	↔	400
14	↔	500



sens daN

v_A	↓	720
h_A	→	1440
v_B	↑	1920
h_B	←	1440
1	↔	2400
2	↔	1200
3	↔	2400
4	↔	300
5	↔	2400
6	↔	1500
7	↔	1200
8	↔	600
9	↔	1200
10	↔	1000
11	↔	400
12	↔	300
13	↔	400
14	↔	500



15. Lorsque des lignes se superposent dans le diagramme, il est utile de reporter les longueurs sur les marges du diagramme pour améliorer la lecture.
16. Pour mémoriser le sens de l'effort dans une barre, on peut aussi sur le schéma de la structure représenter en trait fin les barres tendues et en trait gras les barres comprimées (voir ci-contre).
17. Il est également possible de faire cette étude par polygones séparés, sans chercher à les combiner en un seul diagramme. On est alors moins tenu à une cohérence générale dans l'analyse des nœuds successifs, mais on multiplie les reports de lignes, donc les imprécisions.
18. Dans certains cas, le tracé du diagramme de Crémone permet de déterminer les réactions aux appuis sans étude préalable de l'équilibre d'ensemble. Dans la plupart des cas, ces réactions ayant été déterminées avant de commencer le diagramme, les dernières étapes du tracé doivent permettre de vérifier la cohérence des résultats.
19. En principe, pour une structure isostatique, il y a toujours possibilité de progresser d'un nœud à l'autre dans l'analyse.
20. Il est également possible dans certains cas d'appliquer cette étude à des constructions non isostatiques (par exemple instables), mais en équilibre. Dans le cas particulièrement intéressant des structures funiculaires (exemple ci-contre en bas) le diagramme prend une forme remarquable et son dessin à priori permet de déterminer la direction des barres d'une telle structure.

